

# **Разработка программного комплекса SIGMA для суперкомпьютерного моделирования сопряжённых аэродинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов\***

Ю.И. Димитриенко, М.Н. Коряков, А.А. Захаров

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Предложен алгоритм численного моделирования сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов, который позволяет рассчитывать все параметры трехмерного аэрогазодинамического потока в окрестности поверхности аппарата, теплообмен на поверхности, процессы внутреннего тепломассопереноса в конструкции из термодеструктирующего полимерного композитного материала, а также динамические процессы термодеструктирования композитной конструкции, включающие в себя эффекты изменения упругих характеристик композита, переменную тепловую деформацию, усадку, вызванную термодеструкцией, образование внутриспорового давления газов в композите. Разработан автоматизированный программный комплекс SIGMA, реализующий полученные алгоритмы, и способный проводить вычисления на высокопроизводительных компьютерах. Приведен пример численного моделирования сопряженных процессов в модельной композитной конструкции высокоскоростного летательного аппарата, иллюстрирующий возможности предложенного алгоритма.

## **1. Введение**

Освоение гиперзвуковых скоростей является одной из перспективных комплексных проблем высокотехнологичного развития, в которой можно выделить такие составные части, как исследование гиперзвуковой аэродинамики полета и теплообмена на поверхности конструкций гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА), исследование теплофизики и термодинамики материалов конструкций, разработка новых материалов конструкций, а также проблемы гиперзвуковой аэроупругости, управления и др. Вопросам исследования гиперзвуковых аэродинамических режимов полета летательных аппаратов посвящено значительное количество работ, например [1–3] и многие другие. Менее исследованы вопросы теплообмена [4] и аэроупругости [5,6] при гиперзвуковых скоростях. Более сложную и значительно менее изученную проблему представляет собой высокотемпературное термомеханическое поведение композиционных материалов на основе термостойких матриц и наполнителей, значительный вклад в исследование этих проблем внесли работы [7–9]. Комплексные сопряженные задачи аэротермодинамики, теплообмена, теплофизики и термодинамики конструкций ГЛА практически не изучены, хотя имеются сравнительно недавние работы по исследованию аэротермоупругости конструкций при гиперзвуковых скоростях [5,6]. Вместе с тем, в реальных условиях эксплуатации ГЛА задачи аэротермодинамики, теплообмена и теплофизики конструкций являются связанными через граничные условия на поверхности конструкции, поэтому параметры теплового потока, действующего на материалы, зависят от свойств этих материалов. В свою очередь теплофизические свойства материалов при высоких температурах могут зависеть от напряженно-деформированного состояния конструкций: так значительный уровень термонапряжений в композиционных материалах

---

\*Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ МК-3007.2015.8. Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова [17].

приводит к микрорастрескиванию их матрицы еще задолго до полного макроразрушения конструкции, вследствие чего меняются газопроницаемость и теплопроводность материалов, а следовательно, и температурное поле в конструкции. Таким образом, для исследования реальных процессов, происходящих в конструкциях ГЛА возникает необходимость разработки методов решения сопряженной задачи аэротермодинамики, теплообмена, теплофизики и термомеханики конструкций. Один из подходов к решению этой сопряженной задачи предложен в настоящей работе. Этот подход является дальнейшим развитием методов, разработанных в [7–13].

## 2. Общая постановка сопряжённой задачи аэротермодинамики и термомеханики

Рассмотрим процесс обтекания конструкции ГЛА, имеющей конусообразную неосесимметричную форму, высокоскоростным набегающим потоком. Общая постановка сопряжённой задачи аэротермодинамики и термомеханики состоит из 3-х систем уравнений:

- уравнений Навье–Стокса внешнего газового потока, обтекающего конструкцию;
- уравнений внутреннего тепломассопереноса в конструкции;
- уравнений термоупругости оболочечной конструкции.

Влиянием газообразных продуктов терморазложения и изменения геометрии конструкции вследствие термодформации на течение внешнего газового потока пренебрегаем.

## 3. Система уравнений аэротермодинамики

Рассмотрим систему уравнений вязкого теплопроводного газа:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{E} - \mathbf{T}_v) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho \epsilon + p) \mathbf{v} - \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q}) = 0. \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность газа,  $t$  — время,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $p$  — давление,  $\mathbf{E}$  — метрический тензор,  $\epsilon$  — плотность полной энергии газа.

К этим уравнениям присоединяются определяющие соотношения вязкого совершенного газа:

$$p = \rho \frac{R}{\mu} \theta, \quad \epsilon = e + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2}, \quad e = c_v \theta, \quad |\mathbf{v}|^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v},$$

$$\mathbf{T}_v = \mu_1 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{E} + \mu_2 (\nabla \otimes \mathbf{v} + \nabla \otimes \mathbf{v}^T), \quad \mathbf{q} = -\lambda \nabla \theta,$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярная масса газа,  $\theta$  — температура газа,  $c_v$  — теплоёмкость при постоянном объёме,  $\mu_1$  and  $\mu_2$  — коэффициенты вязкости газа,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа.

Граничные условия на твёрдой стенке поверхности контакта высокоскоростного потока и теплозащитной конструкции имеют следующий вид:

$$\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad -\lambda \nabla \theta \cdot \mathbf{n} + \epsilon_g \sigma \theta_{\max}^4 = -\lambda_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n} + \epsilon_s \sigma \theta_s^4, \quad \theta_s = \theta, \quad (4)$$

где  $\theta_s$  — температура твёрдой стенки,  $\theta_{\max}$  — максимальная температура в пограничном слое,  $\nabla \theta_s$  — градиент температуры на твёрдой стенке со стороны конструкции,  $\epsilon$  и  $\epsilon_s$  — интегральные коэффициенты излучения нагретого газа и твёрдой поверхности,  $\sigma$  — коэффициент Стефана–Больцмана.

## 4. Система уравнений внутреннего тепломассопереноса в конструкции ГЛА

Будем рассматривать конструкцию ГЛА, изготовленную из композиционного материала на полимерной матрице с термостойкими керамическими волокнами. В матрице такого композита при нагреве до высоких температур, характерных для аэродинамического нагрева, происходят физико-химические процессы термодеструкции, сопровождающиеся образованием газообразных продуктов терморазложения, которые накапливаются в порах материала и отфильтровываются во внешний газовый поток, а также образованием новой твердой фазы — пиролитической фазы матрицы, которая обладает существенно более низкими упруго-прочностными характеристиками, чем исходная полимерная фаза. Четырехфазная модель для описания внутреннего тепломассопереноса и деформирования такого композита строится на основе классической системы законов сохранения, записанных для фаз, допущений о квазистатичности процессов движения и малости деформаций твердых фаз и применения процедур асимптотического осреднения [7]. Эта модель состоит из:

- уравнения изменения массы полимерной фазы матрицы

$$\rho_b \frac{\partial \varphi_b}{\partial t} = -J; \quad (5)$$

- уравнения фильтрации газообразных продуктов термодеструкции в порах композиционного материала

$$\frac{\partial \rho_g \varphi_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g \varphi_g \mathbf{v} = J\Gamma; \quad (6)$$

- уравнения теплопереноса в термодеструктирующем композите

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - c_g \nabla \theta \cdot \rho_g \varphi_g \mathbf{v} - J \Delta e^0; \quad (7)$$

где  $\varphi_b$ ,  $\varphi_g$  — объёмные концентрации полимерной матрицы и газовой фазы;  $\rho_b$  — плотность полимерной матрицы (полагается постоянной);  $\rho_g$  — среднее по поре значение плотности газовой фазы (переменная величина);  $c_g$  — удельная теплоемкость газовой фазы при постоянном объёме,  $\rho$  и  $c$  — плотность и удельная теплоемкость композита в целом,  $\mathbf{q}$  — вектор плотности теплового потока,  $\theta$  — температура композита, общая для всех фаз;  $\mathbf{v}$  — вектор скорости движения газовой фазы в порах;  $\Delta e^0$  — удельная теплота термодеструкции матрицы;  $J$  — массовая скорость термодеструкции матрицы и  $\Gamma$  — коэффициент газификации матрицы.

Определяющие соотношения, связывающие вектор-функции  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{v}$  с функциями  $\nabla \theta$ ,  $\nabla p$  и выражающие законы Фурье и Дарси; а также соотношение Аррениуса для массовой скорости термодеструкции  $J$  и уравнение Менделеева–Клапейрона для порового давления газовой фазы  $p$  имеют вид:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{\Lambda} \cdot \nabla \theta, \quad \rho_g \varphi_g \mathbf{v} = -\mathbf{K} \cdot \nabla p, \quad J = J_0 e^{-E_A/R\theta}, \quad p = \rho_g \frac{R}{\mu_g} \theta,$$

где  $J_0$  — предэкспоненциальный множитель,  $E_A$  — энергия активации процесса термодеструкции,  $\mu_g$  — молекулярная масса газовой фазы, а тензор теплопроводности  $\mathbf{\Lambda}$  и тензор газопроницаемости  $\mathbf{K}$  композита зависят от концентраций фаз.

Соотношения для плотности и удельной теплоемкости композита:

$$\rho = \rho_f \varphi_f + \rho_b \varphi_b + \rho_p \varphi_p + \rho_g \varphi_g, \quad \rho c = \rho_f c_f \varphi_f + \rho_b c_b \varphi_b + \rho_p c_p \varphi_p + \rho_g c_g \varphi_g,$$

где  $\varphi_f$ ,  $\varphi_p$  — объёмные концентрации армирующих волокон и пиролитической фазы матрицы;  $\rho_f$ ,  $\rho_p$  — плотности армирующих волокон и пиролитической фазы матрицы (полагаются

постоянными);  $c_f$ ,  $c_b$ ,  $c_p$  — удельные теплоемкости твердых фаз (армирующие волокна, фаза исходной полимерной матрицы, пиролитическая фаза матрицы) при постоянной деформации, которые полагаются постоянными, не зависящими от температуры.

Объемная концентрация пиролитической фазы матрицы  $\varphi_p$  может быть выражена аналитически через:

$$\varphi_p = \left( \varphi_b^0 - \varphi_b \right) (1 - \Gamma) \frac{\rho_b}{\rho_p}.$$

На нагреваемой части поверхности конструкции граничные условия для уравнений (5)–(7) выглядят следующим образом:

$$p = p_e, \quad \theta = \theta_e,$$

где  $p_e$ ,  $\theta_e$  — давление и температура внешнего газового потока на поверхности композита.

На остальной части поверхности композита задаются граничные условия герметичности и теплоизоляции:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \Lambda \cdot \nabla \theta = 0.$$

## 5. Система уравнений термомеханики оболочечной конструкции ГЛА

В криволинейной системе координат  $Oq_1q_2q_3$ , связанной со срединной поверхностью оболочечной конструкции ГЛА, система уравнений термомеханики оболочечной конструкции имеет следующий вид [7]:

- уравнения равновесия оболочки

$$\frac{\partial A_\beta T_{\alpha\alpha}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha T_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} - \frac{\partial A_\beta T_{\beta\beta}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha T_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} + A_\beta \left( A_\alpha k_\alpha Q_\alpha - \frac{\partial P_g}{\partial q_\alpha} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial A_\beta M_{\alpha\alpha}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha M_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} - \frac{\partial A_\beta M_{\beta\beta}}{\partial q_\alpha} + \frac{\partial A_\alpha M_{\alpha\beta}}{\partial q_\beta} - A_\beta \left( A_\alpha Q_\alpha - \frac{\partial P_g}{\partial q_\alpha} \right) = 0, \quad (9)$$

$$-A_1 A_2 (k_1 T_{11} + k_2 T_{22} + p_e) + \frac{\partial A_2 Q_1}{\partial q_1} + \frac{\partial A_1 Q_2}{\partial q_2} - (k_1 + k_2) A_1 A_2 \varphi_g P_g = 0; \quad (10)$$

$$\alpha, \beta = 1, 2; \quad \alpha \neq \beta, \quad (11)$$

- кинематические соотношения

$$e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial U_\alpha}{\partial q_\alpha} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} U_\beta + k_\alpha W, \quad 2e_{\alpha 3} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial W}{\partial q_\alpha} + \gamma_\alpha - k_\alpha U_\alpha, \quad (12)$$

$$2e_{12} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial A_1}{\partial q_2} U_1 + \frac{\partial A_2}{\partial q_1} U_2 \right), \quad (13)$$

$$\kappa_{\alpha\alpha} = \frac{1}{A_\alpha} \frac{\partial \gamma_\alpha}{\partial q_\alpha} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_\alpha}{\partial q_\beta} \gamma_\beta, \quad 2\kappa_{\alpha 3} = -k_\alpha \gamma_\alpha, \quad (14)$$

$$2\kappa_{12} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial \gamma_1}{\partial q_2} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial \gamma_2}{\partial q_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial A_1}{\partial q_2} \gamma_1 + \frac{\partial A_2}{\partial q_1} \gamma_2 \right), \quad (15)$$

- определяющие соотношения оболочки

$$T_{\alpha\alpha} = \sum_{\beta=1}^2 (C_{\alpha\beta} e_{\beta\beta} + N_{\alpha\beta} \kappa_{\beta\beta}) - P_{g\alpha} - \hat{T}_\alpha, \quad T_{12} = 2(C_{66} e_{12} + N_{66} \kappa_{12}), \quad (16)$$

$$M_{\alpha\alpha} = \sum_{\beta=1}^2 (N_{\alpha\beta} e_{\beta\beta} + D_{\alpha\beta} \kappa_{\beta\beta}) - M_{g\alpha} - \hat{M}_\alpha, \quad M_{12} = 2(N_{66} e_{12} + D_{66} \kappa_{12}), \quad (17)$$

$$Q_\alpha = \bar{C}_{\alpha+3, \alpha+3} e_{\alpha 3}, \quad \alpha = 1, 2; \quad (18)$$

где  $T_{\alpha\alpha}, T_{\alpha\beta}, M_{\alpha\alpha}, M_{\alpha\beta}$  — усилия и моменты в оболочке;  $Q_\alpha$  — перерезывающие усилия;  $e_{\alpha\alpha}, e_{\alpha\beta}, e_{12}$  — деформации срединной поверхности оболочки;  $\kappa_{\alpha\alpha}, \kappa_{\alpha\beta}, \kappa_{12}$  — искривления срединной поверхности;  $U_\alpha, \gamma_\alpha, W$  — перемещения, углы искривления и прогиб срединной поверхности;  $A_\alpha, k_\alpha$  — параметры первой квадратичной формы и главные кривизны срединной поверхности оболочки,  $P_g, M_g$  — усилие и момент порового давления в оболочке:

$$P_g = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_g p dq_3, \quad M_g = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_g p q_3 dq_3.$$

Введены также обозначения для усилий и моментов тепловых напряжений  $\hat{T}_\alpha, \hat{M}_\alpha$ , зависящих от температурных деформаций оболочки  $\hat{\varepsilon}_\alpha$ :

$$\hat{T}_\alpha = \sum_{\beta=1}^3 C_{\alpha\beta} \hat{\varepsilon}_\beta^{(0)}, \quad \hat{M}_\alpha = \sum_{\beta=1}^3 C_{\alpha\beta} \hat{\varepsilon}_\beta^{(1)},$$

$$\hat{\varepsilon}_\beta^{(j)} = \int_{-h/2}^{h/2} a_{\theta 1} \hat{\varepsilon}_\beta^{(0)} q_3^j dq_3, \quad \hat{\varepsilon}_3^{(j)} = \int_{-h/2}^{h/2} a_{\theta 2} \hat{\varepsilon}_3 q_3^j dq_3; \quad j = 0, 1; \quad \beta = 1, 2;$$

$$\hat{\varepsilon}_\gamma = (\alpha_f \varphi_f B_\gamma + \alpha_b \varphi_b \Omega_\gamma) (\theta - \theta_0) + \alpha_p \Omega_\gamma \int_0^t (\theta(t) - \theta(\tau)) \hat{\varphi}_p d\tau - \beta_p \varphi_p \Omega_\gamma, \quad \gamma = 1, 2, 3;$$

где  $\alpha_f, \alpha_b, \alpha_p$  — коэффициенты теплового расширения волокна, полимера и пиролитической фазы матрицы,  $\beta_p$  — коэффициент усадки,  $B_\gamma, \Omega_\gamma$  — коэффициенты, зависящие от расположения волокон в композите [7].

Усилия и моменты межфазного взаимодействия  $P_{g\alpha}, M_{g\alpha}$  в оболочке определены следующим образом:

$$P_{g\alpha} = \int_{-h/2}^{h/2} p \tilde{f}_\alpha dq_3; \quad M_{g\alpha} = \int_{-h/2}^{h/2} p \tilde{f}_\alpha q_3 dq_3;$$

где  $\tilde{f}_\alpha$  — коэффициенты межфазного взаимодействия.

В соотношениях (16)–(18) обозначены мембранные, смешанные и изгибные жесткости оболочки  $\bar{C}_{\alpha\beta}, N_{\alpha\beta}, D_{\alpha\beta}$ :

$$\bar{C}_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta}^0 a_{\theta 1}^{(0)}, \quad N_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta}^0 a_{\theta 1}^{(1)}, \quad D_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta}^0 a_{\theta 1}^{(2)},$$

$$\bar{C}_{66} = C_{66}^0 a_{\theta 1}^{(0)}, \quad N_{66} = C_{66}^0 a_{\theta 1}^{(1)}, \quad D_{66} = C_{66}^0 a_{\theta 1}^{(2)},$$

$$\bar{C}_{\alpha+3, \alpha+3} = C_{\alpha+3, \alpha+3}^0 a_{\theta 2}^{(0)}; \quad \alpha = 1, 2;$$

$$a_{\theta k}^{(j)} = \int_{-h/2}^{h/2} a_{\theta k} q_3^j dq_3; \quad k = 1, 2; \quad j = 0, 1, 2.$$

Вследствие размягчения полимерной матрицы и её термодеструкции, жесткости оболочки изменяются при нагреве, учёт этого изменения для ортотропных композитных оболочек осуществляется с помощью 2-х функций  $a_{\theta 1}, a_{\theta 2}$  [7].

Деформации  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  и напряжения  $\sigma_{\alpha\beta}$  в оболочке вычисляются по следующим формулам:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = e_{\alpha\beta} + q_3 \kappa_{\alpha\beta}; \quad \alpha, \beta = 1, 2; \quad \varepsilon_{33} = 0, \quad \varepsilon_{\alpha 3} = e_{\alpha 3},$$

$$\sigma_{\alpha\alpha} = -\tilde{f}_\alpha p + a_{\theta 1} \sum_{\beta=1}^3 C_{\alpha\beta} (\varepsilon_{\beta\beta} + q_3 \kappa_{\beta\beta} - \hat{\varepsilon}_\beta); \quad \alpha = 1, 2;$$

$$\sigma_{12} = a_{\theta 1} C_{66} (\varepsilon_{12} + q_3 \kappa_{12}).$$

Для поперечного нормального напряжения  $\sigma_{33}$  и напряжений межслойного сдвига  $\sigma_{\alpha 3}$  имеем следующие формулы:

$$\begin{aligned}\sigma_{33} = & 6\eta \left( \frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{P_{g1}}{h} + \frac{1}{h} C_{31} \left( a_{\theta 1}^{(0)} e_{11} + a_{\theta 1}^{(1)} \kappa_{11} - \hat{\varepsilon}_1^{(0)} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{h} C_{32}^0 \left( a_{\theta 1}^{(0)} e_{22} + a_{\theta 1}^{(1)} \kappa_{22} - \hat{\varepsilon}_2^{(0)} \right) - \frac{1}{h} C_{33}^0 \varepsilon_3^{(0)} \right) + \\ & + (p_2 - p_1) \xi(q_3) + \frac{p_1 - p_2}{2} + \varphi_g p; \\ \sigma_{13} = & \frac{12\eta(q_3)}{h} C_{44}^{(0)} e_{13} a_{\theta 2}^{(0)}; \quad \sigma_{23} = \frac{12\eta(q_3)}{h} C_{55}^{(0)} e_{23} a_{\theta 2}^{(0)}; \\ \xi(q_3) = & \frac{1}{2} - \frac{q_3}{h}, \quad \eta(q_3) = \frac{1}{4} - \left( \frac{q_3}{h} \right)^2;\end{aligned}$$

где  $p_1, p_2$  — давления на внешних поверхностях оболочки. Максимальное значение касательных напряжений достигается на срединной поверхности оболочки.

## 6. Метод численного решения сопряжённой задачи

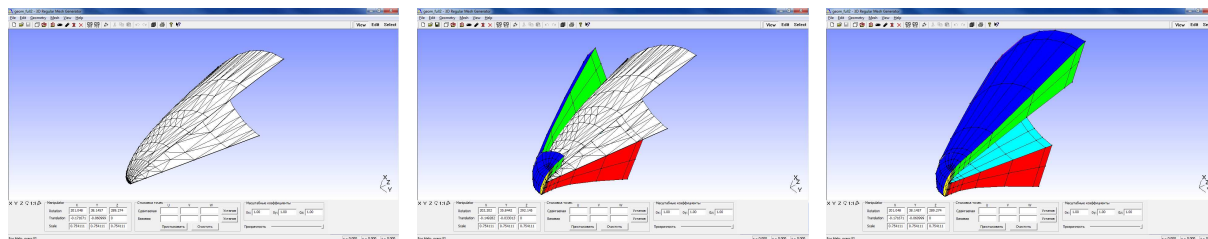
Для численного решения сформулированной выше сопряжённой задачи предложен следующий метод: вводится цикл по «медленному» времени  $\bar{t} = t/t_0$ , соответствующему процессу распространения тепла в стенке конструкции, где  $t_0$  — характерное время нагрева конструкции. Внутри этого цикла вводится «быстрое» время  $\tau = t/t_g$ , где  $t_g$  — характерное время установления газового потока. Для каждого фиксированного момента медленного времени  $\bar{t}_n$  тепловой поток на твёрдой стенке  $q_s = -\lambda_s \nabla \theta_s \cdot \mathbf{n}$  в (4), вообще говоря, неизвестный, полагается фиксированным, тогда системы уравнений газодинамики (1)–(3) и внутреннего тепломассопереноса в конструкции (5)–(18) разделяются на одном шаге медленного времени и решение осуществляется в четыре этапа:

**Этап 1.** Решение системы уравнений внутреннего тепломассопереноса (5)–(7). Это решение осуществляется численным конечно-разностным методом с использованием метода линеаризации и неявной разностной схемы. Температура поверхности конструкции, взаимодействующей с набегающим газовым потоком, на этом этапе полагается известной и берется с предыдущего временного шага  $\bar{t}_{n-1}$ .

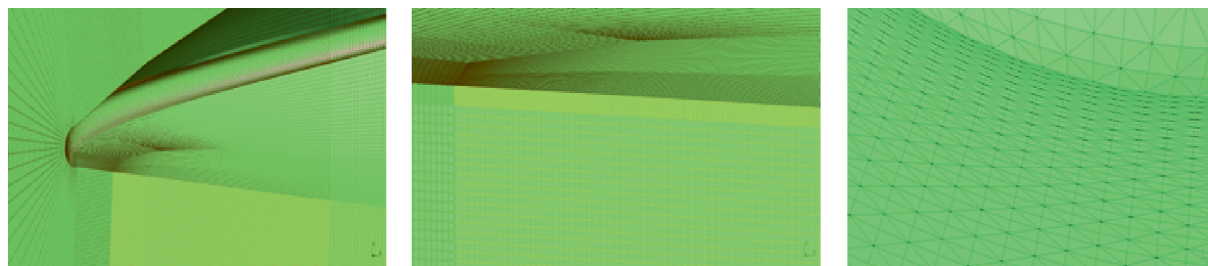
**Этап 2.** Далее осуществляется цикл решения системы уравнений Навье-Стокса (1)–(3) с граничными условиями (4) по шагам быстрого времени  $\Delta\tau$  до установления потока. Для интегрирования системы используются численные конечно-разностные методы второго порядка аппроксимации типа Мак-Кормака и TVD или конечно-объёмные методы на тетраэдральных и гексаэдральных сетках типа RKDG [10, 11, 13–16].

**Этап 3.** Осуществляется решение системы уравнений термоупругости оболочечной конструкции (8)–(18) с помощью метода конечного элемента, подробности решения задачи изложены в [12]. Входными данными для этой задачи являются поля давлений на внешней  $p_1$  и внутренней  $p_2$  поверхности оболочки, которые определяются после решения уравнений газовой динамики, а также распределение температуры  $\theta$ , объёмных концентраций фаз  $\varphi_f, \varphi_b, \varphi_p, \varphi_g$  и порового давления  $p$  газообразных продуктов терморазложения композитной оболочки, которые рассчитываются при решении уравнений внутреннего тепломассопереноса (5)–(7).

**Этап 4.** После решения задачи термоупругости осуществляется расчет термонапряжений в оболочке с помощью формул (32), (33).



**Рис. 1.** Построение расчётной области внешнего обтекания модельного перспективного гиперзвукового летательного аппарата: загруженная STL-геометрия поверхности (слева); автоматизированное построение криволинейных блоков (в центре); вид полученной расчётной области (справа)



**Рис. 2.** Примеры сгенерированных сеток: равномерная гексаэдральная сетка (слева); гексаэдральная сетка со сгущением в области пограничного слоя (в центре); итоговая тетраэдральная сетка (справа)

## 7. Описание разработанного программного комплекса

Разработанные алгоритмы вошли в состав программно-вычислительного комплекса SIGMA [16], который применяется для моделирования совместных процессов сверхзвуковой и гиперзвуковой газовой динамики и теплопереноса в областях сложной криволинейной формы. Программный комплекс включает в себя модули: трёхмерного геометрического моделирования, позволяющего генерировать достаточно широкий диапазон трёхмерных геометрических областей, модуль задания свойств, параметров и начальных данных, генератор адаптивной сетки (препроцессор), расчётный модуль (процессор) и визуализатор расчётов (постпроцессор). Каждый модуль является независимым программным продуктом, написанным на языке C++, и поддерживает возможность создания расширений. Большинство итерационных процедур генерации сеток и расчётного модуля обладают геометрическим параллелизмом и реализованы с использованием коммуникационных библиотек OpenMP 2.0 и MPI.

Модуль препроцессора имеет графический интерфейс, позволяющий визуально создавать расчётную область. Область строится из набора исходных гексаэдральных блоков (примитивов) путём их составления и последующего деформирования. Деформирование осуществляется с помощью изменения координат опорных точек геометрии путём их ввода или считывания из файла. Опорные точки геометрии расположены на граничных поверхностях примитивов, образуют поверхностную регулярную сетку узлов, и являются основой для построения линейных или кубических сплайнов поверхностей. Существует возможность генерации криволинейных блоков на основе геометрии поверхностей, импортируемых из программ твердотельного моделирования в формате STL (рис. 1). В этом случае, для построения регулярной сетки опорных точек на импортированной поверхности, реализованы функции генерации точек в заданных сечениях геометрии и вдоль линий между двумя заданными на поверхности точками.

Для генерации сеток используется собственный генератор геометрически-адаптивных сеток [10, 11, 13, 16]. Генератор создаёт неортогональные блочно-структурированные сет-

ки (рис. 2) на основе явной формы алгебраических преобразований, которые относятся к лагранжевым координатным преобразованиям методов трансфинитной интерполяции [13]. Имеются функции, позволяющие управлять сгущением узлов сетки вблизи граничных поверхностей блоков. Для некоторых типов криволинейных областей поддерживается возможность построения O-grid блоков подобно одноимённым блокам в коммерческом генераторе ANSYS ICEM CFD. В расчётный модуль встроен механизм расчёта на данных типах сеток и блоков.

Сгенерированная гексаэдральная сетка преобразуется в тетраэдральную для применения метода RKDG [14]. Для этого большинство гексаэдральных ячеек разделяется на 5 тетраэдральных элементов. В некоторых исключительных случаях, когда разбиением на 5 тетраэдров не удаётся состыковать соседние элементы, применяется разбиение на 6 тетраэдров. Полученные таким образом тетраэдральные сетки сохраняют адаптацию сеточных линий под границы области и позволяют получать более качественные картины течения, чем на сетках, в которых ребра тетраэдров ориентированы произвольным образом.

Проводилось тестирование программного комплекса на различных тестовых задачах путём сравнения с известными аналитическими и численными решениями, а также с расчётами, полученными коммерческими программными пакетами [7, 12, 13]. Установлено, что в среднем погрешность решения не превышает 2%, на большинстве задач удаётся достигнуть сеточной сходимости результатов.

## 8. Результаты численного моделирования

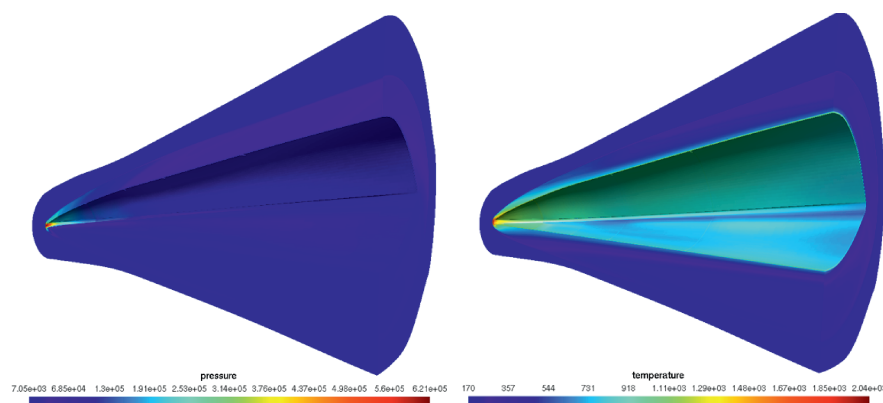
В работе представлены результаты численного моделирования обтекания фрагмента корпуса модельного летательного аппарата гиперзвуковым потоком газа ( $M = 6$ ) на высоте 15 км. На рис. 3–4 представлены результаты расчётов параметров аэрогазодинамического потока — распределения давления и температуры вблизи поверхности ГЛА. В критической точке значение температуры достигает 1600 К, по мере удаления от критической точки температура монотонно убывает, однако остаётся достаточно высокой: её значение на максимальном удалении составляет примерно 800К для кромок и 1000К для верхней части ГЛА, обладающей большим значением угла конусности.

На рис. 5 представлены результаты численных расчётов полей внутреннего теплопереноса в оболочке элемента ГЛА: распределение температуры и порового давления на внешней поверхности конструкции для максимального времени расчёта. Терморазложение полимерной фазы композитной оболочки приводит к образованию большого количества газообразных продуктов в порах материала. Ввиду низкой газопроницаемости композита образующиеся газы не успевают отфильтровываться во внешний газовый поток и создают внутреннее поровое давление.

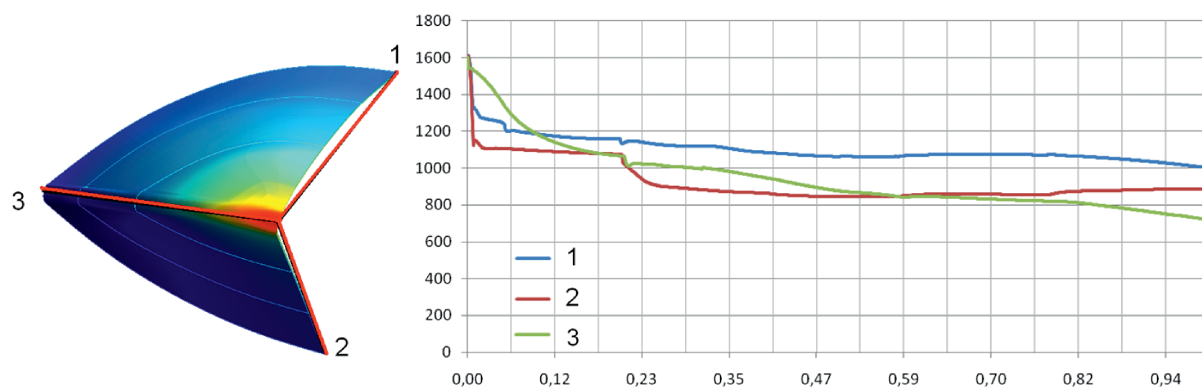
На рис. 6 показаны распределения прогиба оболочки, окружных и трансверсальных напряжений на внешней нагреваемой поверхности оболочки в момент времени максимального её прогрева. В процессе нагрева сжимающие окружные напряжения постепенно увеличивают свои значения, вместе с этим увеличиваются и максимальные растягивающие значения окружного напряжения на периферийной части оболочки ближе к кромкам оболочки. В момент времени максимального прогрева возникает пик положительных растягивающих напряжений, обусловленный термодеструкцией композита, вследствие которой возрастает поровое давление газообразных продуктов терморазложения матрицы, а также возникают усадочные деформации оболочки. Значения трансверсальных напряжений на нижней части оболочки достигают 0,13 ГПа, что значительно превышает предел прочности композитной оболочки в поперечном направлении. В результате в этой части оболочки может возникнуть разрушение по типу расслоения, при котором верхние слои ткани композита отслоятся от остальной части материала.

На рис. 7 показана эффективность распараллеливания с помощью MPI на суперком-

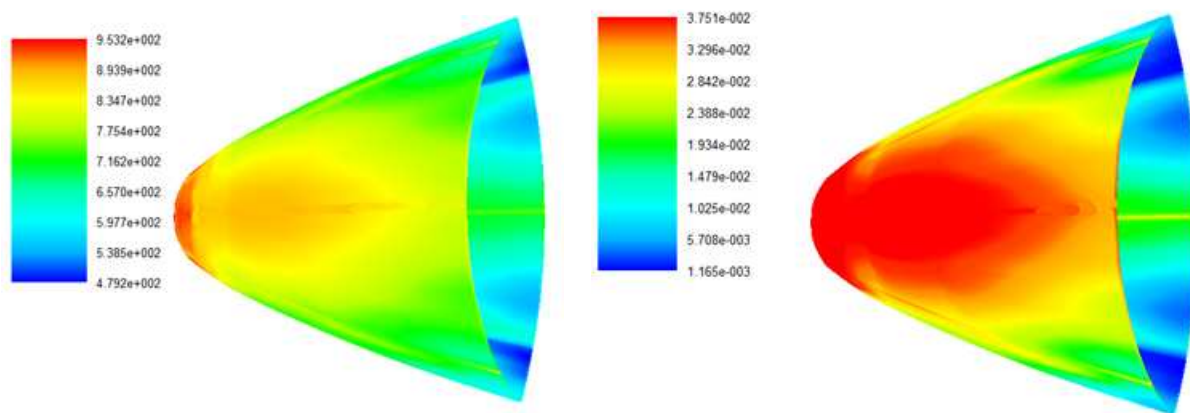




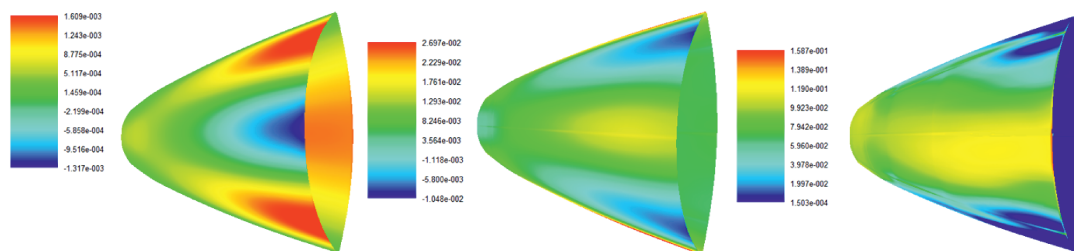
**Рис. 3.** Распределение параметров газового потока, набегающего на конструкцию ГЛА: (слева) давление  $p$  (Па); (справа) температура  $\theta$  (K)



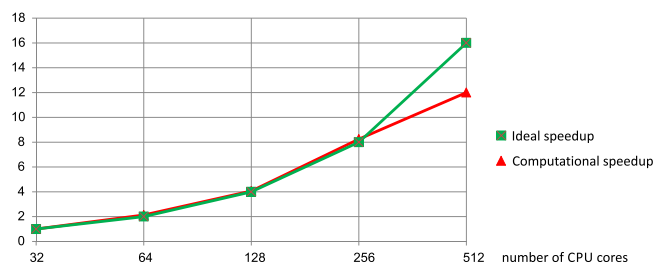
**Рис. 4.** Распределение температуры  $\theta$  (K) по продольной координате для верхней (1), нижней (2) частей поверхности и по соединяющей их кромке (3) ГЛА



**Рис. 5.** Распределение параметров газообразных продуктов термодеструкции в оболочке ГЛА: (слева) температура  $\theta$  (K); (справа) максимальное значение порового давления  $p$  (ГПа)



**Рис. 6.** Распределение параметров в оболочке ГЛА: (слева) прогиб  $W$  (м); (в центре) окружное напряжение  $\sigma_{22}$  (ГПа); (справа) трансверсальное напряжение  $\sigma_{33}$  (ГПа)



**Рис. 7.** Эффективность распараллеливания задачи расчёта газодинамических параметров

пьютере МГУ «Чебышев» решения одной из задач газовой динамики на конечно-разностной сетке с 16 млн. узлов. Было просчитано 5 000 временных слоев. Эффективность, близкая к линейной, сохраняется до 256 ядер, далее она начинает снижаться.

## 9. Выводы

Предложенный метод численного моделирования позволяет осуществлять расчёты сопряжённых аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов, с учётом процессов термодеструкции в полимерных композитах, процессов внутреннего теплопереноса, изменения упругих характеристик при нагреве. Метод основан на введении двух временных масштабов — «медленного» времени, соответствующего характерному времени распространения тепла в конструкции оболочки летательного аппарата и «быстрого» времени, соответствующего характерному времени установления внешнего аэродинамического потока. Программный комплекс SIGMA, написанный на базе этого метода, позволяет в полуавтоматизированном режиме генерировать регулярные адаптивные сетки для областей сложной формы с криволинейными границами, с хорошим качеством моделировать переходные процессы и процессы установления, гиперзвуковые течения с большими градиентами. Алгоритмы SIGMA обладают геометрическим параллелизмом и адаптированы для использования на суперкомпьютерах. С помощью SIGMA проведено численное моделирование обтекания фрагмента носовой части перспективного гиперзвукового летательного аппарата. Показано, что наиболее вероятный механизм нарушения работоспособности полимерной композитной оболочки ГЛА является расслоение его конструкции. Причиной вероятного расслоения является терморазложение полимерной матрицы композиционного материала, а также низкая пористость материала и, как следствие, низкая газопроницаемость к газообразным продуктам терморазложения, фильтрующимся по порам.

## Литература

1. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 1, 2.
2. Лунёв В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 330 с.
3. Тирский Г.А. Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых аппаратов и планетных зондов. М.: Физматлит, 2011. 548 с.
4. Лесин А.Б., Лунёв В.В. О пиковых тепловых потоках на треугольной пластине с притупленным носком в гиперзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 2. С. 131–137.
5. McNamara, J.J., Friedmann, P.P. Aeroelastic and Aerothermoelastic Analysis of Hypersonic Vehicles: Current Status and Future Trends // 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, April 23–26, 2007, Honolulu, Hawaii.
6. Crowell, A.R., McNamara, J.J., Miller, B.A. Hypersonic Aerothermoelastic Response Prediction of Skin Panels Using Computational Fluid Dynamic Surrogates // ASDJournal. 2011. Vol. 2, N. 2. P. 3–30:  
[https://www.asdjournal.org/index.php/ASD/article/viewFile/11/Crowell\\_ASDJ2011.pdf](https://www.asdjournal.org/index.php/ASD/article/viewFile/11/Crowell_ASDJ2011.pdf)  
(дата обращения: 14.06.2015).
7. Димитриенко Ю.И. Механика композиционных материалов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1997. 366 с.
8. Dimitrienko, Yu.I. Thermal stresses and heat mass-transfer in ablating composite materials // International Journal of Heat Mass Transfer. 1995. Vol. 38, N 1. P. 139–146.
9. Dimitrienko, Yu.I. Thermal Stresses in Ablative Composite Thin-Walled Structures under Intensive Heat Flows // International Journal of Engineering Science. 1997. Vol. 35, N. 1. P. 15–31.
10. Dimitrienko, Yu.I., Zakharov, A.A., Koryakov, M.N., Syzdykov, E.K. Computer Modeling of Couple External Gas Dynamic Processes and Internal Heat Transfer in Hypersonic Aircraft Constructions Using Software Package SIGMA // University Research Journal. 2013. № 5. P. 127–134
11. Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Разработка математического и программного обеспечения для суперкомпьютерного моделирования сопряжённых процессов гиперзвуковой аэродинамики и термомеханики композитных конструкций перспективных летательных аппаратов // 29 сентября – 4 октября 2014, Дивноморское, Геленджик, Материалы 3-й Всероссийской научно-технической конференции «Суперкомпьютерные технологии» (СКТ-2014). 2014. С. 118–121.
12. Димитриенко Ю.И., Минин В.В., Сыздыков Е.К. Численное моделирование процессов теплопереноса и кинетики напряжений в термодеструктурирующих композитных оболочках //Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 2. С. 43–59.
13. Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. М.: Физматлит, 2011. 280 с.
14. Cockburn, B., Shu, C.-W. Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Methods for Convection-Dominated Problems //Journal of Scientific Computing. 2001. Vol. 16, N 3. P. 173–261.

15. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2010. 656 с.
16. Димитриенко Ю. И., Захаров А. А., Коряков М. Н. Разработка программного обеспечения для численного моделирования в задачах гиперзвуковой аэрогазодинамики перспективных летательных аппаратов // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2012. Т. 3, № 4. С. 17–26:  
URL: [http://psta.psiras.ru/read/psta2012\\_4\\_17-26.pdf](http://psta.psiras.ru/read/psta2012_4_17-26.pdf) (дата обращения: 14.06.2015).
17. Воеводин Вл.В., Жуматий С.А., Соболев С.И., Антонов А.С., Брызгалов П.А., Никитенко Д.А., Стефанов К.С., Воеводин Вад.В. Практика суперкомпьютера «Ломоносов» // Открытые системы. / М.: Издательский дом «Открытые системы». 2012. № 7. С. 36–39.

## **Development of SIGMA software for the supercomputer simulation of coupled aerodynamic and thermomechanical processes in composite structures of high-speed aircraft**

*Yury Dimitrienko, Mikhail Koryakov and Andrey Zakharov*

**Keywords:** coupled simulation, aerogasdynamics, thermomechanics, hypersonic flows, heat-and-mass transfer, thermodecomposition, polymer composites, heat displacement, thermotension, layering, parallel processing

An algorithm for the numerical simulation of coupled aerodynamic and thermomechanical processes in composite structures of high-speed aircraft is proposed, which allows to calculate all parameters of the three-dimensional aerogasdynamic flow near the surface of the aircraft, the heat exchange on the surface, the internal heat-and-mass transfer processes in the construction of thermodecomposition polymer composite material, and dynamic processes of heat displacement in the composite construction, including the effects of changes in the elastic characteristics of the composite, variable thermal deformation, shrinkage caused by thermodecomposition, the formation of the internal pore pressure in the composite. The computer-aided software package SIGMA that implements obtained algorithms and is capable to perform calculations on high-performance computers is developed. An example of the numerical solution of the coupled problem of a model composite construction of high-speed aircraft, showing the possibility of the proposed algorithm is given.