

Моделирование задержек передачи информации в вычислительном кластере для мониторинга коммуникационной среды

© А.И. Майсурадзе

© В.Д. Козлов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Москва, Россия

maysuradze@cs.msu.ru

kozlov2.volodia2@gmail.com

Аннотация. Эффективное использование современных вычислительных кластеров опирается не только на характеристики составляющих их узлов, но и на характеристики коммуникационной среды. Чтобы проверять работоспособность коммуникационной среды и динамически планировать расписание заданий, существуют различные подходы. В данной работе рассмотрен подход, опирающийся на предварительный сбор информации о задержках передачи сообщений и их последующий анализ. Такой сбор занимает много времени и порождает большое количество первичной информации. Требуются модели задержек, которые позволяют существенно ускорить сбор данных и сократить объем хранимой информации. В работе предложены такая модель и методы её настройки, которые сочетают высокое качество и скорость.

Ключевые слова: вычислительный кластер, задержка передачи сообщений, анализ коммуникационной среды, сбор данных, настройка модели.

Modeling Message Passing Delays in a Computer Cluster to Monitor its Network

© A. Maysuradze

© V. Kozlov

Lomonosov Moscow State University
Moscow, Russia

kozlov2.volodia2@gmail.com

maysuradze@cs.msu.ru

Abstract. The effective use of a modern computer cluster relies not only on the characteristics of its nodes, but its communication environment as well. There are different approaches to monitor communication environment and dynamically schedule tasks. In the paper, we consider an approach based on the preliminary collection of data on delays of the message passing and their subsequent analysis. This collection takes a lot of time and generates a large amount of raw data. Delay models are required that can significantly speed up data collection and reduce the amount of stored information. We proposes and study such a model and methods of its learning, which combine high quality and speed.

Keywords: computer cluster, message passing delay, network analysis, data collection, model learning.

1 Введение

Современные распределённые вычислительные системы состоят из тысяч и десятков тысяч процессоров. Увеличение числа процессоров ведёт к усложнению коммуникационной среды и росту накладных расходов на обмен информацией между вычислительными устройствами. Эффективность современных многопроцессорных систем зависит не только от характеристик отдельных вычислительных устройств, но и от характеристик коммуникационной среды.

Одним из ключевых инструментов разработки параллельных приложений для многопроцессорных систем является библиотечная реализация стандарта MPI (Message Passing Interface). При использовании технологии MPI программа разделяется на процессы, взаимодействующие посредством обмена сообщениями. Информация о задержках, возникающих при передаче сообщений, может быть использована для повышения эффективности работы вычислительной системы, в частности, решения задач динамического планирования выполнения параллельных программ, а также для диагностики коммуникационной среды. Таким образом, возникает потребность в моделировании задержек. При этом модель должна не только полной, но достаточно компактной, чтобы обеспечить хранение

и использование в реальном времени информации о задержках при передаче сообщений для каждой пары вычислительных узлов.

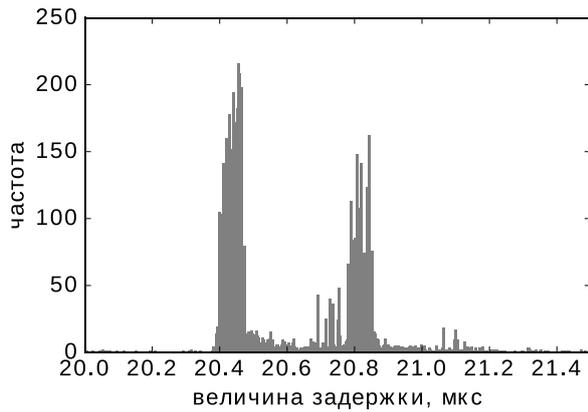


Рисунок 1 Пример картины задержек при передаче сообщений. Суперкомпьютер BlueGene/P

Величины задержек зависят от множества факторов, специфичных для разных вычислительных систем и меняющихся со временем, учёт которых при моделировании задержек требует анализа программного и аппаратного обеспечения на всех уровнях сетевого протокола, что возможно лишь для самых простых архитектур. В связи с этим начали активно развиваться системы MPI-тестирования коммуникационной среды [13]. Поскольку на практике размеры вычислительных кластеров не позволяют хранить выборки задержек для всех пар вычислительных узлов, для описания используются некоторые эмпирические статистики, вычисленные по выборкам величин задержек, которые могут не отражать в полной мере структуры задержек. В качестве альтернативы предлагается стохастическая модель, в которой неконтролируемые факторы рассматриваются как скрытые параметры, а задержки – как случайные величины с некоторыми распределениями. Такая модель одновременно описывает картину задержек более полно, чем набор статистик, и позволяет хранить информацию в сильно сжатом виде – всего несколько чисел – параметров модели вместо выборки.

Проведенные ранее исследования задержек в локальных сетях и интернете [5, 10, 11] показали, что величины задержек хорошо описываются трёхпараметрическим гамма- или логнормальным распределением. В коммуникационных средах вычислительных кластеров, однако, наблюдаются следующие особенности [6]:

- распределение задержек является многомодальным;
- в данных много повторов и мало уникальных значений.

На Рис. 1 приведена картина задержек в коммуникационной среде суперкомпьютера BlueGene/P, на которой явно видны указанные особенности. Исходя из этого, в работе [6] в качестве модели задержек предложено использовать смесь трёхпараметрических логнормальных

распределений. Однако проблемы возникают даже при параметрическом восстановлении одного компонента такой смеси. Подробнее об этих проблемах сказано ниже.

Работа посвящена разработке и исследованию специализированных методов восстановления трёхпараметрических логнормальных распределений по конечным выборкам задержек передачи информации в коммуникационной среде суперкомпьютера. Статья устроена следующим образом. В разделе 2 введены используемые основные определения. Разделы 3, 4 и 5 посвящены обзору существующих методов оценки параметров трёхпараметрического логнормального распределения (метод максимального правдоподобия, метод моментов, метод L-моментов и методы минимизации расстояния). В разделе 6 описаны данные, использованные в вычислительном эксперименте (модельные и реальные). Раздел 7 посвящён сравнению методов оценивания параметров, рассмотренных в разделах 3, 4 и 5, на синтетических и реальных данных.

2 Основные обозначения и определения

Трёхпараметрическое логнормальное распределение (3LN распределение) – это абсолютно непрерывное одномерное распределение, функция плотности вероятности которого выражается формулой

$$p(x; \gamma, \mu, \sigma) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x-\gamma)} \exp\left(-\frac{(\ln(x-\gamma) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq \gamma, \\ 0, & x < \gamma. \end{cases}$$

Функция распределения 3LN может быть записана в виде $F(x; \gamma, \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{\ln(x-\gamma) - \mu}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x)$ – функция распределения стандартного нормального закона [4]. Основные моменты характеристики распределения указаны в таблице 1.

Набор параметров γ, μ, σ будем обозначать θ . Будем обозначать случайную выборку длины n $X^n = (X_1, \dots, X_n)$, её реализацию – $x^n = (x_1, \dots, x_n)$, k -ю порядковую статистику и её реализацию – $X_{(k)}$ и $x_{(k)}$ соответственно.

3 Метод максимума правдоподобия и его модификации

Наиболее популярным подходом к параметрической оценке плотности распределения является метод максимального правдоподобия (ММП). В качестве меры адекватности распределения $F(\cdot, \theta)$ данным x^n используется функция правдоподобия $L(\theta) = p(x^n; \theta)$ – совместная плотность вероятности объектов выборки. Полагается, что чем больше значение функции правдоподобия, тем лучше модель описывает данные. Оценки максимального правдоподобия для многих задач оказываются состоятельными, асимптотически нормальными и асимптотически эффективными.

Для семейства 3LN распределений логарифм функции правдоподобия имеет вид

$$\ln L(\theta) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - n \ln \sigma - \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \gamma) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{(\ln(x_i - \gamma) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right),$$

причём выражение имеет смысл только при $\gamma < x_{(1)}$. Для неё можно выписать необходимые условия экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - \gamma} \left(1 + \frac{\ln(x_i - \gamma) - \mu}{\sigma^2} \right) = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{\ln(x_i - \gamma) - \mu}{\sigma^2} = 0, \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(-1 + \frac{(\ln(x_i - \gamma) - \mu)^2}{\sigma^2} \right) = 0. \end{cases}$$

Метод максимального правдоподобия с успехом используется во многих задачах статистики, однако его применимость для оценки параметров 3LN распределения оказывается под вопросом. Показано [8], что для любой выборки x^n функция правдоподобия $L(\theta)$ не ограничена, и существуют траектории в пространстве параметров (γ, μ, σ) , сходящиеся к $(x_{(1)}, -\infty, +\infty)$, при движении вдоль которых $L(\theta)$ сходится к $+\infty$, при этом в точке $(x_{(1)}, -\infty, +\infty)$ $L(\theta)$ принимает значение 0. Таким образом, возникает потребность в использовании иных методов оценки параметров 3LN распределения.

Несмотря на общую неограниченность функции правдоподобия $L(\theta)$, если элементы выборки принимают достаточно много различных значений, «вблизи» истинных значений параметров функция правдоподобия имеет локальный максимум [8]. Это приводит к идее использования так называемых локальных оценок максимального правдоподобия. В работе [7] показано, что такие оценки для 3LN распределения обладают хорошими асимптотическими свойствами.

Для поиска оценок локального максимума предлагается использовать необходимые условия экстремума логарифмической функции правдоподобия [3]. Параметры μ и σ^2 выражаются как функции параметра γ :

$$\begin{cases} \mu(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - \gamma), \\ \sigma^2(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i - \gamma) - \mu)^2, \end{cases}$$

после чего оценка параметра γ получается из уравнения

$$\lambda(\gamma) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - \gamma} \left(1 + \frac{\ln(x_i - \gamma) - \mu(\gamma)}{\sigma^2(\gamma)} \right) = 0.$$

4 Общий метод моментов

При оценке параметров с использованием метода моментов на распределение $F(\cdot; \theta)$ накладывается последовательность ограничений типа равенства, образующая систему уравнений вида $g_i(\theta) = h_i(X^n), i = \overline{1, k}$, где функции $g_i(\theta)$ характеризуют теоретическое распределение, а $h_i(X^n)$ являются их выборочными оценками, как правило, несмещёнными или хотя бы асимптотически несмещёнными.

Таблица 1 Основные моменты 3LN распределения с параметрами γ, μ и σ ($\beta = \exp \mu, \omega = \exp \sigma^2$)

Математическое ожидание E	$\gamma + \beta\sqrt{\omega}$
Дисперсия D	$\beta^2\omega(\omega - 1)$
Коэффициент асимметрии α_3	$\sqrt{\omega - 1}(\omega + 2)$
Коэффициент эксцесса α_4	$\omega^4 + 2\omega^3 + 3\omega^2 - 6$

Общий метод моментов применялся для оценки параметров 3LN распределения в связи с указанными выше проблемами, возникающими при использовании метода максимума правдоподобия [4]. В качестве функций $g_i(\theta), i = 1, 2, 3$, использовались математическое ожидание, дисперсия и коэффициент асимметрии (таблица 1), в качестве $h_i(X^n), i = 1, 2, 3$, – их выборочные оценки [4]. Итогом является система уравнений

$$\begin{cases} \gamma + \beta\sqrt{\omega} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \\ \beta^2\omega(\omega - 1) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \\ \sqrt{\omega - 1}(\omega + 2) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{3}{2}}}. \end{cases}$$

Третье уравнение не содержит переменных γ и β и имеет вид $\omega^3 + 3\omega^2 - (4 + a^2) = 0$. Если $a^2 > 0$, уравнение имеет единственное решение, большее 1, которое вычисляется по формуле

$$\omega = 1 + \left(\sqrt[3]{\frac{(a_3 + 4)^2 + a_3}{2}} - \sqrt[3]{\frac{(a_3 + 4)^2 - a_3}{2}} \right)^2.$$

Оценки для $\sigma = \sqrt{\ln \omega}, \mu = \ln \beta$ и γ получаются аналитически.

В работе [2] для оценки параметров 3LN распределения предложено использовать метод L-моментов. Теоретическим L-моментом порядка r для распределения $F(x)$ называется величина

$$\lambda_r = \frac{1}{r} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} \mathbb{E}X_{(r-k)},$$

то есть L-момент представляет собой линейную комбинацию математических ожиданий порядковых статистик распределения специального вида. Выборочный L-момент порядка $r \leq n$ определяется как

$$l_r = \binom{n}{r}^{-1} \sum_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_r \leq n} \frac{1}{r} \sum_{k=0}^{r-1} (-1)^k \binom{r-1}{k} x_{(i_r-k)}.$$

Эти статистики являются несмещёнными оценками теоретических L-моментов. Метод L-моментов имеет ряд преимуществ по сравнению с «обычным» методом моментов: L-моменты однозначно определяют параметры, устойчивы к выбросам в данных, а при малых размерах выборки зачастую дают более качественные оценки, чем метод максимального правдоподобия [9].

Для 3LN распределения можно выписать следующую систему уравнений [9]:

$$\begin{cases} \gamma + \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) = l_1, \\ \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right) = l_2, \\ \frac{6 \int_0^{\frac{\sigma}{2}} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) \exp(-x^2) dx}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right)} = \frac{l_3}{l_2}, \end{cases}$$

где erf – функция ошибок. Для этой системы можно найти приближённое решение [2]:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{(8/3)} \Phi^{-1}\left(\frac{1 + l_3/l_2}{2}\right), \\ \sigma &\approx 0,999281z - 0,006118z^3 + 0,000127z^5, \\ \mu &= \ln\left(\frac{l_2}{\operatorname{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right)}\right) - \frac{\sigma^2}{2}, \\ \gamma &= l_1 - \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right). \end{aligned}$$

5 Метод минимизации расстояния

В методе минимизации расстояний мерой соответствия модели данным служит некоторым образом выбранное расстояние $d[\cdot, \cdot]$ между теоретическим и эмпирическим распределениями данных. Полагается, что чем меньше расстояние, тем лучше модель описывает данные. Для непрерывных распределений расстояние обычно берётся между функцией распределения модели $F(x; \theta)$ и эмпирической функцией распределения $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{I}[x > x_{(i)}]$ [1]. Следует отметить, что термин «расстояние» используется условно: функционал d может быть даже несимметричен, обычно от него требуются только неотрицательность и равенство нулю только в случае равенства распределений. Оценкой минимального расстояния θ_0 называется

$\theta_0 = \operatorname{argmin}_{\theta \in \Theta} d[F(x; \theta), F_n(x)]$. Одним из наиболее привлекательных свойств оценок минимального расстояния является их робастность, то есть устойчивость к возмущениям в данных [1].

Применительно к задаче оценки параметров 3LN распределения в работе [6] отмечалось, что методы минимизации расстояния, как правило, оказываются предпочтительнее других методов: они дают более точные оценки параметров, чем другие методы, в частности, метод максимального правдоподобия, и они не страдают от проблем со сходимостью оптимизационной процедуры. Несмотря на эти положительные свойства, до нас никто подробно не исследовал применение методов минимизации расстояния к задаче оценки параметров 3LN распределения.

В работе рассматриваются расстояния Колмогорова – Смирнова, Крамера – фон Мизеса и Андерсона – Дарлингга [14].

6 Модельные и реальные данные

Ниже нам предстоит настраивать и сравнивать отобранные методы оценивания параметров. Для этого мы использовали модельные и реальные данные из рассматриваемой предметной области.

Таблица 2 Параметры модельных распределений

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7
γ	3	10	16	10	10	10	10
μ	3	3	3	2	4	3	3
σ	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.1	0.35

В качестве модельных данных использовались выборки из 3LN распределения с известными параметрами θ . По результатам анализа задержек при передаче сообщений в локальной сети и интернете [10] мы выбрали 7 наборов параметров γ, μ, σ , для каждого из них генерировали несколько выборок. Значения параметров модельных данных приведены в таблице 2. Поскольку для модельных данных параметры известны, можно сравнивать полученные оценки с истинным значением параметра и исследовать их статистические свойства. Следует отметить, однако, что такие модельные данные относятся к иной, хотя и смежной предметной области и не обладают особенностями рассматриваемой задачи (см. введение).

Также мы проанализировали работу методов на реальных данных о задержках в коммуникационной сети вычислительной системы BlueGene/P. Эти данные отвечают предметной области и имеют особенности, указанные в разделе 1. Для сбора данных использовалась утилита `network_test2` из пакета PARUS [12]. В силу многомодальности данные для анализа выделялись из выборки вручную.

7 Сравнение методов оценки параметров

С целью сравнения описанных выше методов оценки параметров распределения мы провели

тестирование на модельных данных. Для каждого набора параметров, указанных в таблице 2, было сгенерировано по 100 выборок длиной 10000 каждая. Для каждой выборки производилось оценивание параметров всеми описанными выше методами. Таким образом, для каждого модельного набора параметров и каждого метода оценивания мы получили по 100 оценок этих параметров. Для сравнения методов мы использовали следующие характеристики:

- среднеквадратичная ошибка для каждого из параметров γ , μ и σ : $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta_i - \theta)^2$, где n – число оценок ($n = 100$), θ_i – оценка параметра γ , μ или σ по выборке, θ – истинное значение этого параметра;
- среднее время работы метода на выборках (в секундах).

Результаты тестирования методов на модельных данных приводятся в таблицах 3–6. Используемые сокращения: К-С, К-фон М, А-Д – расстояния Колмогорова – Смирнова, Крамера – фон Мизеса и Андерсона – Дарлингга.

Таблица 3 Среднеквадратичная ошибка оценок параметра γ

	ММП	моменты	L-моменты
θ_1	0.47	0.83	0.66
θ_2	0.48	0.86	0.63
θ_3	0.37	0.69	0.51
θ_4	0.61	0.13	0.09
θ_5	3.89	9.10	6.00
θ_6	2.99	3.58	3.46
θ_7	0.17	0.76	0.32
ММП	К-С	К-фон М	А-Д
θ_1	0.85	1.44	0.78
θ_2	0.88	1.45	0.80
θ_3	0.70	1.58	0.70
θ_4	0.13	0.22	0.11
θ_5	9.33	10.11	6.10
θ_6	3.58	8.70	4.56
θ_7	0.78	0.68	0.35

Таблица 4 Среднеквадратичная ошибка оценок параметра μ

	ММП	моменты	L-моменты
θ_1	0.0012	0.0021	0.0017
θ_2	0.0012	0.0022	0.0016
θ_3	0.0009	0.0018	0.0013
θ_4	0.0012	0.0026	0.0017
θ_5	0.0013	0.0032	0.0020
θ_6	0.0071	0.0084	0.0080
θ_7	0.0005	0.0021	0.0009
ММП	К-С	К-фон М	А-Д
θ_1	0.0022	0.0036	0.0020
θ_2	0.0022	0.0036	0.0020
θ_3	0.0018	0.0038	0.0018
θ_4	0.0026	0.0042	0.0021
θ_5	0.0032	0.0035	0.0021

θ_6	0.0084	0.0177	0.0103
θ_7	0.0020	0.0018	0.0010

Таблица 5 Среднеквадратичная ошибка оценок параметра σ

	ММП	моменты	L-моменты
θ_1	$6.80 \cdot 10^{-5}$	$11.19 \cdot 10^{-5}$	$9.19 \cdot 10^{-5}$
θ_2	$6.43 \cdot 10^{-5}$	$11.12 \cdot 10^{-5}$	$7.96 \cdot 10^{-5}$
θ_3	$5.22 \cdot 10^{-5}$	$9.12 \cdot 10^{-5}$	$6.65 \cdot 10^{-5}$
θ_4	$6.55 \cdot 10^{-5}$	$13.33 \cdot 10^{-5}$	$9.07 \cdot 10^{-5}$
θ_5	$7.06 \cdot 10^{-5}$	$16.73 \cdot 10^{-5}$	$10.47 \cdot 10^{-5}$
θ_6	$6.80 \cdot 10^{-5}$	$8.10 \cdot 10^{-5}$	$7.42 \cdot 10^{-5}$
θ_7	$6.18 \cdot 10^{-5}$	$23.30 \cdot 10^{-5}$	$10.54 \cdot 10^{-5}$
ММП	К-С	К-фон М	А-Д
θ_1	$10.85 \cdot 10^{-5}$	$19.81 \cdot 10^{-5}$	$11.23 \cdot 10^{-5}$
θ_2	$10.84 \cdot 10^{-5}$	$18.51 \cdot 10^{-5}$	$10.50 \cdot 10^{-5}$
θ_3	$9.09 \cdot 10^{-5}$	$19.50 \cdot 10^{-5}$	$9.23 \cdot 10^{-5}$
θ_4	$12.79 \cdot 10^{-5}$	$22.43 \cdot 10^{-5}$	$11.61 \cdot 10^{-5}$
θ_5	$16.18 \cdot 10^{-5}$	$17.52 \cdot 10^{-5}$	$10.50 \cdot 10^{-5}$
θ_6	$7.87 \cdot 10^{-5}$	$15.63 \cdot 10^{-5}$	$9.46 \cdot 10^{-5}$
θ_7	$26.08 \cdot 10^{-5}$	$22.64 \cdot 10^{-5}$	$12.05 \cdot 10^{-5}$

Таблица 6 Среднее время работы методов (в секундах)

	ММП	моменты	L-моменты
θ_1	0.032	0.002	0.002
θ_2	0.032	0.002	0.002
θ_3	0.031	0.002	0.002
θ_4	0.031	0.002	0.002
θ_5	0.035	0.002	0.002
θ_6	0.036	0.002	0.002
θ_7	0.031	0.002	0.002
ММП	К-С	К-фон М	А-Д
θ_1	0.416	0.211	0.200
θ_2	0.375	0.225	0.234
θ_3	0.359	0.229	0.224
θ_4	0.411	0.221	0.206
θ_5	0.392	0.275	0.282
θ_6	0.422	0.269	0.270
θ_7	0.426	0.175	0.175

По результатам тестирования методов оценки параметров на модельных данных можно сделать следующие выводы:

1. Для каждого метода качество оценки относительно других методов в целом одинаково для всех параметров. Нет метода, который давал бы значительно лучшую, чем у другого метода, оценку одного параметра и при этом серьезно проигрывал по другому параметру. Это значит, что можно провести ранжирование методов, одинаковое для всех параметров.
2. С точки зрения точности оценки самым лучшим можно признать метод максимального правдоподобия. За ним идёт метод L-моментов, далее – метод моментов и метод минимизации расстояния Андерсона-Дарлингга, затем – ММП

Колмогорова–Смирнова и, наконец, ММП Крамера–фон Мизеса.

3. Следует отметить, что, хотя метод моментов и метод L-моментов уступают ММП, они всё же дают оценки очень высокой точности и при этом работают на порядок быстрее ММП. Поскольку для моделирования задержек предлагается использовать смесь 3LN распределений, метод L-моментов может быть использован в качестве промежуточного шага в задаче разделения смеси с целью ускорения работы.

8 Запуск на реальных данных

Мы провели несколько запусков рассмотренных выше методов оценки параметров на реальных данных о задержках в коммуникационной среде суперкомпьютера BlueGene/P. Поскольку для реальных данных на данном этапе работы не представляется возможным ввести объективный численный критерий качества, нашей основной целью было визуальное наблюдение полученных функций плотности. Результат можно видеть на рис. 2. Видно, что рассмотренные методы применимы в условиях реальных данных, и полученные распределения хорошо описывают картину задержек.

9 Заключение

В работе обоснована потребность в построении стохастической модели задержек. На основании анализа смежной предметной области (локальные сети и интернет), а также особенностей, присущих коммуникационным средам, предложена стохастическая модель задержек – смесь 3LN распределений. Поскольку задача параметрического восстановления даже одного компонента смеси оказалась нетривиальной, мы провели обзор существующих методов, а также предложили ранее не применявшийся метод минимизации расстояния. Проведённый нами анализ методов на модельных данных показал, что ММП даёт оценки наибольшей точности, однако метод L-моментов даёт хорошие оценки и при этом работает на порядок быстрее.

В дальнейшем результаты работы предполагается использовать для решения задачи разделения смеси 3LN распределений с целью построения точной и при этом компактной модели задержек для использования в задачах динамического планирования выполнения и диагностики кластера.

Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проекты 15-07-09214, 16-57-45054, 16-01-00196.

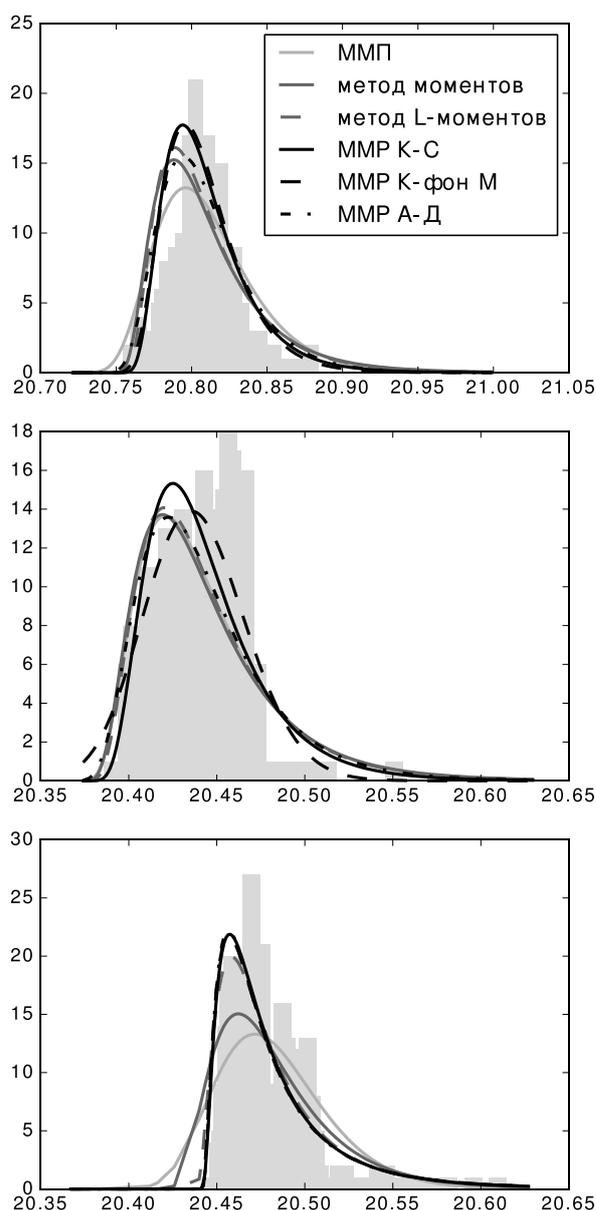


Рисунок 2 Работа методов оценки параметров на реальных данных о задержках для суперкомпьютера BlueGene/P. Линиями показаны восстановленные плотности распределений, светлая столбчатая диаграмма на фоне показывает реальные данные

Литература

- [1] Basu, A., Shioya, H., Park, C.: Statistical Inference: the Minimum Distance Approach. CRC Press (2011)
- [2] Bílková, D.: Three-parametric Lognormal Distribution and Estimating its Parameters using the Method of L-moments. Reprodukce Lidského Kapitálu (2011)
- [3] Calitz, F.: Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of the three Parameter Lognormal Distribution – a Reconsideration. Australian J. of Statistics, 15 (3), pp. 185-190 (1973)

- [4] Cohen, A., Whitten, B.: Parameter Estimation in Reliability and Life Span Models. Marcel Dekker, New York (1988)
- [5] Corlett, A., Pullin, D., Sargood, S.: Statistics of One-way Internet Packet Delays. 53rd IETF (2002)
- [6] Gorelov, A., Maysuradze, A. Salnikov, A.: Delay Structure Mining in Computing Cluster. CEUR Workshop Proceedings, 1482. Aachen: M. Jeusfeld c/o Redaktion Sun SITE, Informatik V, RWTH Aachen Germany Germany, pp. 546-551 (2015)
- [7] Harter, H., Moore, A.: Local-maximum-likelihood Estimation of the Parameters of Three-parameter Lognormal Populations from Complete and Censored Samples. J. of the American Statistical Association, 61 (315), pp. 842-851 (1966)
- [8] Hill, B.: The Three-parameter Lognormal Distribution and Bayesian Analysis of a Point-source Epidemic. J. of the American Statistical Association, 58 (301), pp. 72-84 (1963)
- [9] Hosking, J.: L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. J. of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 52 (1), pp. 105-124 (1990)
- [10] Karakaş, M.: Determination of Network Delay Distribution over the Internet. Citeseer (2003)
- [11] Mukherjee, A.: On the Dynamics and Significance of Low Frequency Components of Internet Load. Technical Reports (CIS), 300 p. (1992)
- [12] Salnikov, A.: Parus: A Parallel Programming Framework for Heterogeneous Multiprocessor Systems. *Lecture Notes in Computer Science*, 4192, pp. 408-409 (2006)
- [13] Salnikov, A., Andreev, D., Lebedev, R.: Toolkit for Analyzing the Communication Environment Characteristics of a Computational Cluster based on MPI Standard Functions. *Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics*, 36 (1), pp. 41-49 (2012)
- [14] Кобзарь, А.И.: Прикладная математическая статистика. М.: Физматлит (2006)